

PARTIE MÉCANIQUE, THERMODYNAMIQUE ET CHIMIE (durée conseillée 1 h 15)

ÉTUDE D'UN ÉCOULEMENT À TRAVERS UN RÉSERVOIR ET UNE CANALISATION

Partie 1 : Préliminaires

En effectuant un bilan d'énergie volumique pour un fluide incompressible de masse volumique ρ constante, en régime permanent entre deux sections Σ_1 et Σ_2 d'une conduite, la loi de conservation de l'énergie s'écrit de la manière suivante :

$$e_1 - J_{12} = e_2,$$

avec $e_1 = \frac{1}{2} \rho v_1^2 + p_1 + \rho g z_1$ (énergie volumique au niveau de la section Σ_1),

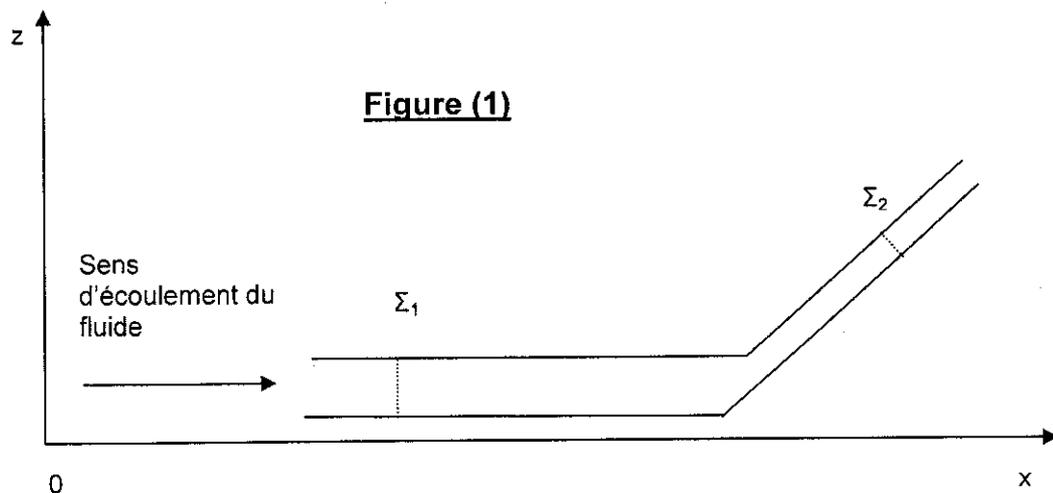
$$e_2 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + p_2 + \rho g z_2 \text{ (énergie volumique au niveau de la section } \Sigma_2)$$

et J_{12} : perte de charge entre les sections Σ_1 et Σ_2 , J_{12} étant une grandeur positive.

Dans l'expression de e_1 , pour la section Σ_1 :

p_1 et z_1 représentent respectivement la pression et l'altitude ;

v_1 représente la vitesse moyenne, et est liée au débit de volume D_{v1} par la relation : $D_{v1} = v_1 S_1$, avec S_1 surface de la section Σ_1 ;



1.1 - Quelle est l'unité de chaque terme de l'expression de e_1 , dans le Système International ?

1.2 - Justifier pourquoi il y a conservation du débit de volume ($D_{v1} = D_{v2}$).

1.3 - Dans le cas où Σ_1 et Σ_2 sont deux sections circulaires de diamètres d_1 et d_2 , exprimer v_2 en fonction de v_1 , d_1 et d_2 .

Partie 2 : Étude d'un écoulement

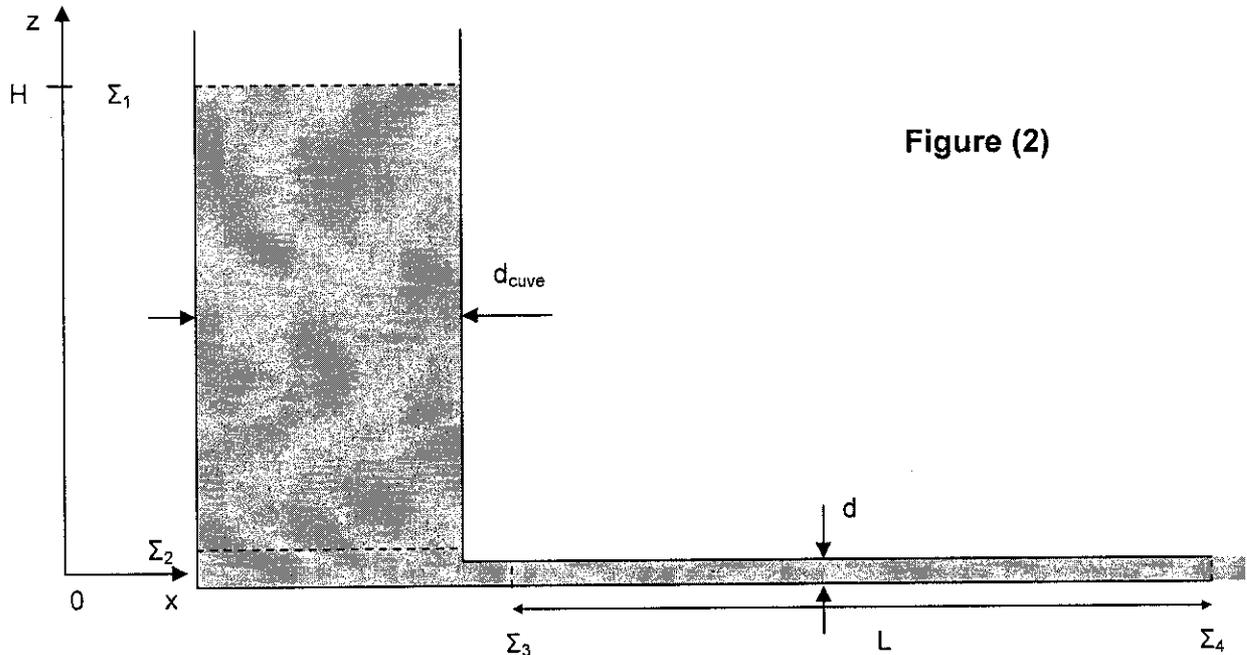
Le dispositif étudié est constitué d'un réservoir cylindrique vertical de diamètre d_{cuve} et de hauteur H et d'une canalisation cylindrique horizontale de diamètre d et de longueur L . Le dispositif est schématisé figure (2). Sur ce schéma, les échelles ne sont pas respectées.

On définit 4 sections Σ_1 , Σ_2 , Σ_3 et Σ_4 .

L'eau s'écoule à travers l'ensemble. En Σ_1 , l'eau est à la pression atmosphérique notée p_0 . En sortie, le jet est à l'air libre et la pression en Σ_4 est aussi à la pression atmosphérique. On fera l'hypothèse d'un régime permanent.

Le débit de volume est noté D_v .

Données : $p_0 = 10^5$ Pa $H = 10$ m $d_{\text{cuve}} = 10$ m $L = 75$ m $d = 4,0$ cm,
viscosité de l'eau : $\eta = 1,0 \cdot 10^{-3}$ Pa.s,
masse volumique de l'eau $\rho = 1000$ kg.m⁻³,
intensité du champ de pesanteur : $g = 9,81$ m.s⁻².



- 2.1 - En utilisant la conservation du débit de volume entre les sections Σ_1 et Σ_4 , exprimer la vitesse v_1 en fonction de la vitesse v_4 et des diamètres d_{cuve} et d de ces sections.
- 2.2 - En déduire que v_1 est négligeable devant v_4 .

Partie 3 : Étude de l'écoulement en considérant l'eau comme un fluide parfait

La conservation de l'énergie volumique entre les sections 1 et 4 s'écrit :

$$\left(\frac{1}{2} \rho v_1^2 + p_1 + \rho g z_1 \right) - J_{12} - J_{23} - J_{34} = \left(\frac{1}{2} \rho v_4^2 + p_4 + \rho g z_4 \right)$$

J_{12} : perte de charge entre les sections Σ_1 et Σ_2 ,

J_{23} : perte de charge entre les sections Σ_2 et Σ_3 ,

J_{34} : perte de charge entre les sections Σ_3 et Σ_4 .

- 3.1 - Que deviennent les trois termes de perte de charge dans le cas d'un fluide parfait ?
- 3.2 - Déterminer l'expression de la vitesse v_4 en sortie de la canalisation en fonction de g et H . Calculer v_4 .
- 3.3 - Exprimer D_v en fonction de v_4 et de d . Calculer D_v en m³.s⁻¹ puis en m³.h⁻¹.
- 3.4 - Le débit de volume D_v dépend-il de la longueur L de la canalisation ?

Partie 4 : Étude de l'écoulement en considérant l'eau comme un fluide visqueux

Pour un écoulement turbulent, la perte de charge J_{34} étant prépondérante devant J_{12} et J_{23} , on montre que :

$$v_4 = \left(\frac{2gH}{0,316 \times L} \left(\frac{\rho}{\eta} \right)^{0,25} \times d^{1,25} \right)^{\frac{1}{1,75}}$$

4.1 – Montrer que la valeur de v_4 est proche de $2,4 \text{ m.s}^{-1}$.

Dans la suite, on prendra $v_4 = 2,4 \text{ m.s}^{-1}$

4.2 - Calculer D_v en $\text{m}^3.\text{s}^{-1}$ et en $\text{m}^3.\text{h}^{-1}$.

4.3 - Calculer le nombre de Reynolds Re ($Re = \frac{\rho v_4 d}{\eta}$) dans la canalisation horizontale et vérifier que l'écoulement est bien turbulent.

4.4 - Le débit de volume D_v dépendant de la longueur L de la canalisation, préciser si D_v augmente ou diminue avec L . Justifier.

4.5 - À la vue des résultats obtenus dans les questions précédentes, est-il nécessaire de prendre en compte la viscosité de l'eau ? Justifier votre réponse.